

STEM y Modelamiento Matemático¹

Roberto Araya Schulz

Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE), Universidad de Chile

Chile

roberto.araya.schulz@gmail.com

Resumen²

STEM comprende el desafío de integrar áreas del conocimiento que tradicionalmente en nuestras escuelas han estado completamente aisladas. El docente de biología no quiere saber nada de matemáticas y no visualiza su potencial para sus clases. Por otra parte, el docente de matemáticas tampoco vislumbra en dónde podría usar la matemática para ayudar a entender la biología. El docente de tecnología a lo más piensa en utilizar algunos videos, internet o software. E Ingeniería no está en el currículum. Por lo tanto, es considerada como completamente ajena a la escuela. STEM integrado es por esto un gran desafío. Además en STEM es muy importante el trabajo en equipo para poder generar productos que sean soluciones efectivas. Se presenta aquí dos experiencias STEM realizadas en Chile y una de ellas también en Japón. Ambas están integradas mediante modelamiento matemático y con fuerte énfasis en el trabajo en equipo.

Palabras clave

Educación matemática, ciencias, STEM, modelamiento matemático.

Abstract

STEM faces the challenges of integrating areas of knowledge that in our schools have traditionally been completely isolated. The Biology teacher does not want to hear anything about Mathematics and does not visualize its potential for Biology classes. On the other hand, the Mathematics teacher also does not consider where Mathematics can be used to help understand Biology. The Technology teacher at most thinks about using videos, the Internet or software. And Engineering is not in the curriculum. Therefore, it is considered to be completely alien to the school. That is why integrated STEM is such a big challenge. Also with STEM it is very important to work in teams to be able to generate products that provide effective solutions. Two experiences from Chile are presented here, and one of them was also used in Japan. Both are integrated using mathematical modeling and have a strong emphasis on working in teams.

Key words

Mathematics Education, Sciences, STEM, mathematical modeling.

¹ Este trabajo corresponde a una conferencia paralela dictada en la XIV CIAEM, celebrada en Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México el año 2015.

² El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

1. Introducción

Un tema central en la Educación para este nuevo siglo es prever lo que nuestros estudiantes requerirán en 20 ó 30 años más. Es un gran y nuevo desafío pues la velocidad de cambio se acelera constantemente. La situación es muy diferente a la que enfrentó la educación hasta hace poco. Es ahora mucho más difícil predecir los trabajos que emergerán y los que desaparecerán. Tenemos que intentar visualizar el mundo para cuando se inserten al trabajo aquellos que hoy están recién comenzando a estudiar. La inteligencia artificial, el aprendizaje por máquinas, la minería de textos e imágenes, el reconocimiento de voz, las redes sociales y las tecnologías genéticas están cambiando el mundo a uno más conectado, dinámico e instantáneo. Es seguro que nuestros hijos tendrán trabajos no sólo distintos a los de sus padres, sino que radicalmente distintos a los trabajos típicos de toda la generación actual. Un estudio reciente de la Universidad de Oxford (Frey & Osborne, 2013), sobre las 702 ocupaciones catalogadas por el Departamento del Trabajo de EE.UU., estima que la mitad de las ocupaciones están en alto riesgo de automatizarse en los próximos 10 a 20 años. Por otra parte, constantemente emergen demandas de nuevas habilidades y conocimientos.

Todo esto significa enormes desafíos en educación, tal como lo expresa el reporte al presidente de EEUU de la Executive Office of The President (2010). Nuevos currículos para enseñanza básica y media –en todo el mundo– hablan de concentrarse en prácticas y habilidades para aprender a construir modelos, tanto modelos físicos, biológicos, computacionales y matemáticos; plantean integrar las ciencias y dejar de aprenderlas por separado, lo que se denomina STEM (por su sigla en inglés para Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas); integrarlas con humanidades y artes. En Corea del Sur lo rebautizaron STEAM, donde han agregado la A de Arte. Además de conocimientos, también se enfatizan actitudes y habilidades interpersonales: desarrollar la habilidad de crear e implementar ideas inusuales, aprender a reconocer y apreciar similitudes y diferencias, aprender a trabajar en equipos, desarrollar mayor perceptividad social y capacidad de persuasión.

2. Más Integración entre disciplinas

¿Cómo se ha enfrentado el problema hasta ahora? Las Academias Nacionales de EEUU publican cada cierto tiempo estudios de requerimientos. Por ejemplo en el reporte *A framework for K-12 science education: practices, cross cutting concepts, and core ideas* (National Research Council, 2012), especialistas de diferentes áreas de las ciencias, ingeniería y medicina establecen las principales ideas y prioridades. Esto orienta el desarrollo curricular. Cada vez más se pronuncian por unas pocas ideas centrales que están subyacentes en el conocimiento actual. Selección natural, y estructura y función en biología; estructura particulada (corpúscular) de la materia en química; y fuerza, inercia y energía en física. También se centra en las principales prácticas, como el cambio de una variable a la vez y la búsqueda de patrones.

Es necesario entonces cambiar la enseñanza de Ciencia y Matemáticas, y pasar a STEM. Aquí lo nuevo es ser capaz de integrar las ciencias entre ellas y también integrar

las ciencias con la matemática. Un enorme desafío. Según las Academias Nacionales de EEUU, que congrega la Academia de Ciencias, la Academia de Ingeniería y el Instituto de Medicina de EEUU (National Research Council, 2012), es necesario lograr un entendimiento profundo y aumentar la integración. Según Las Academias Nacionales en su reporte *STEM integration in K-12 education* (Honey, et al., 2014) la integración debe ser explícita. La experiencia STEM muestra que la integración a través de las representaciones y materiales, no es espontáneamente realizada por los estudiantes. Es también crítico que los estudiantes puedan transferir estrategias, conocimientos y habilidades a nuevas situaciones. Y también es muy importante desarrollar tanto las prácticas científicas como las ingenieriles. Es decir, además de las prácticas centrales en ciencia conducentes a conocer y entender la naturaleza, están las prácticas centrales de la ingeniería. El objetivo de éstas es diseñar y crear productos que solucionen problemas reales.

Sin embargo, en estos nuevos requerimientos curriculares existe una gran oportunidad. En las prácticas ingenieriles reside una enorme palanca para enganchar y levantar la motivación de una gran proporción de estudiantes que tradicionalmente quedan fuera de la educación concentrada exclusivamente en actividades académicas. Es lo que la psicología educacional evolucionaria denomina conocimientos y motivaciones biológicamente secundarias (Geary, 2007). Son producto del desarrollo cultural reciente de los últimos 10 mil años. Por ejemplo, la escritura y la aritmética. Toma miles de horas de práctica llegar a dominarlas. Por el contrario, los conocimientos y motivaciones biológicamente primarios son innatos. Se aprenden sin instrucción. Por ejemplo, aprender a caminar y hablar. Aquí el juego es central. Jugando se aprende a cazar, a encontrar pareja, a trabajar en equipo, y a diseñar y adaptar herramientas para resolver problemas reales y significativos. En lo biológicamente primario el aprendizaje social es central. Frente a la amenaza de otras bandas de cazadores recolectores enemigas, la colaboración, trabajo en equipo y coordinación emergen espontáneamente. Debemos entonces pensar cómo apoyarnos en los conocimientos y motivaciones biológicamente primarios para lograr mejorar en el aprendizaje de los secundarios.

El modelamiento es la herramienta que conecta ambos mundos (Araya, 2012): el de la ciencia y el de la matemática. Aquí reside la oportunidad de hacer la integración. El modelamiento está presente tanto en los currículos nuevos de ciencias como en los de matemáticas. Por ejemplo, en los Next Generation Science Standard (NGSS) es el pegamento que une las diferentes ciencias y ellas con la matemática. Por ejemplo, dentro de las 8 Prácticas Científicas e Ingenieriles del currículo NGSS de ciencias está "Desarrollar y usar modelos", y en el nuevo currículo Common Core de Matemáticas dentro de las 8 Prácticas Matemáticas está "Modelar con matemáticas".

Por otra parte, el desafío de motivar estudiantes es cada vez mayor. Por una parte están inmersos en un mundo digital altamente atractivo. No sólo tienen acceso a juegos muy adictivos sino que también permanente conexión a redes sociales muy absorbentes. Por otro lado, cada vez aumentan los conocimientos biológicamente secundarios que deben aprender y dominar (Geary, 2007). Por lo tanto, es urgente buscar formas de mejorar la motivación de estudiantes. A través de los años la motivación por matemáticas va disminuyendo. Sin embargo, la tecnología puede revertir la motivación. Por ejemplo,

con TICs, con juegos educativos, con torneos sincronizados entre cursos (Araya et al., 2014, 2013, 2011).

Es entonces muy importante comenzar a incluir la enseñanza de la Tecnología e Ingeniería, y así comenzar a enseñar a diseñar productos y producir soluciones. Hasta ahora la enseñanza de la Tecnología no se integra a Ciencias ni Matemáticas. Cuando se utiliza una tecnología milenaria como un bote, no se hace conexión alguna con la física de la flotación ni la matemática para calcular su resistencia a diferentes cargas. Cuando se utiliza otra tecnología milenaria como la de la cocina no se conecta con la química molecular, ni la biología de la digestión y absorción energética, ni la matemática para describir los patrones dinámicos de absorción. Cuando se utiliza una tecnología más reciente, como la de las pantallas de TV o PC, no se conecta a la biología de la visión ni la matemática para calcular la cantidad de información a diferentes tasas de muestreo.

3. Cómo lograr la integración STEM en la sala de clases

El cambio educacional hay que lograrlo en la sala de clases. Es el lugar de la acción, donde ocurre el aprendizaje. En el reporte *Innovación, gobernanza y reforma en educación*, el Centre for Educational Research and Innovation (CERI, 2014a) de OCDE plantea un análisis comparativo entre Innovación, Reforma y Cambio. OCDE define innovación como la implementación de ideas, conocimientos y prácticas mejoradas, mientras que Reforma son procesos estructurados y conscientes para producir cambios. Según CERI (2014a) la innovación es el motor principal de progreso que puede cambiar los aprendizajes de los estudiantes. El reporte destaca que en Educación, donde más innovación ha estado ocurriendo es en las prácticas en la sala de clase y no en las prácticas a nivel de escuela. Tenemos que pensar que es en la sala donde debemos cambiar e innovar.

Una estrategia clave es reducir el aislamiento de docentes y fomentar aprendizaje entre pares. A diferencia de otras profesiones como abogados, ingenieros y arquitectos, los docentes realizan sus actividades en forma independiente de otros docentes, y están totalmente aislados de sus pares. Cada uno está sólo con sus estudiantes. Esto hace que la difusión de prácticas y el aprendizaje social horizontal sea muy difícil, y por lo tanto el mejoramiento continuo sea lento. Según Thomas Kane (2014), economista de Harvard Graduate School of Education, luego de los tres primeros años el mejoramiento se estanca. Una posible causa de este fenómeno es el aislamiento, un aprendizaje exclusivamente individual. Según Kane las capacitaciones realizadas en verano y/o invierno y el desarrollo profesional docente tradicional logran muy poco o nada.

Una opción diferente es el estudio de clases. Es una práctica ya centenaria que comenzó en Japón hace 142 años. Es una importante tradición didáctica donde primero el docente planifica su clase y la entrega a sus pares en forma escrita. El escrito es una verdadera partitura de unas dos páginas, que luego interpretará en clases. Decenas o centenas de docentes observarán la clase con la partitura en sus manos. Durante el desarrollo de la sesión realizan acuciosas anotaciones para luego ser analizadas en grupos.



Figura 1: a) Docentes observando una clase b) Docentes observando una clase STEM de modelamiento de incendios forestales

Una vez terminada la clase y retirados los estudiantes, el docente comenta lo que hizo por unos 10 minutos. Luego un panel de docentes expertos comenta lo ocurrido en la sesión. Aquí se analizan las estrategias seguidas, las preguntas metacognitivas realizadas (Isoda & Katagiri, 2012), la reacción de los estudiantes, en qué medida se siguió lo planificado, y posibles opciones para lograr mejor los objetivos.

Es central poner el énfasis y recursos en el trabajo entre docentes. Es necesario implementar la observación mutua de clases, el registro y análisis profundo de ellas (Araya, et al., 2012), el trabajo conjunto para mejorarlas y realizar mediciones periódicas de efectividad en el aprendizaje de los estudiantes. En los nuevos requerimientos curriculares, el desafío de integrar los conceptos y prácticas claves de STEM es aún mayor que los desafíos tradicionales. Ahora se requiere más que nunca la competencia de docentes de varias disciplinas. Es prácticamente imposible hacer la integración y realizar buenas clases en forma aislada. En el Estudio de Clases japonés reside una gran oportunidad para afrontar este gran desafío.

4. El aprendizaje cooperativo promovido con Torneos STEM

Según el antropólogo Michael Tomasello (2014) el razonamiento individual o monológico es un parásito del razonamiento dialógico, el que se realiza conversando con terceros. El razonamiento individual, en solitario, es en realidad una interiorización de las conversaciones y razonamientos que realizamos para convencer a terceros. Esa interiorización constituye la conversación interna, el razonamiento que uno hace solo consigo mismo. Es por lo tanto natural aprender a razonar con otros, dialogando, intercambiando puntos de vista, poniéndose en el lugar del otro para comprender su punto de vista y sus argumentos, y así interactuando intentar convencer a terceros de nuestros pensamientos.

Por lo tanto es crítico el aprendizaje cooperativo. Una estrategia muy interesante es la de torneos semanales de equipos. Han sido documentados extensamente por Robert Slavin como una estrategia muy eficaz, respaldada por abundante evidencia empírica. Sin embargo, según Slavin, a pesar de la muy sólida evidencia científica de los resultados positivos, el aprendizaje cooperativo y los torneos se mantienen al margen de la política educacional, y, a menudo, son mal implementados.

En un estudio CERI de OCDE, Zemira Mevarech y Bracha Kramarski (2014), argumentan que la razón principal de que el aprendizaje cooperativo no siempre ha cumplido con su potencial es la dificultad de guiar a los estudiantes sobre la manera de supervisar, controlar y evaluar su aprendizaje en actividades colaborativas. Sin una guía metacognitiva explícita, la colaboración no se promueve, y por lo tanto las interacciones de los estudiantes son ineficaces. Slavin tiene otra explicación posible. Él cita estudios observacionales que documentan que el aprendizaje cooperativo es aún informal, y que las implementaciones escolares típicas no incluyen aspectos básicos y críticos como establecer claramente las metas del grupo y los de la responsabilidad y *accountability* individual. Aquí reside una gran dificultad que ha impedido su desarrollo.

Sin embargo, con el uso de TICs hay una verdadera oportunidad para superar estas dificultades. Por un lado, una plataforma TIC puede mantener fácilmente el registro del desempeño de cada alumno. Esto se hace segundo a segundo y con un muy buen grado de granularidad curricular. Además, un torneo basado en web puede ser diseñado de manera que el objetivo es compartido por toda la clase. Esto se hace de forma explícita mediante la publicación del ranking de toda la clase mientras los estudiantes están compitiendo, todos unidos en un mismo equipo, contra otras clases de otras escuelas. De hecho, en nuestras implementaciones de torneos (Araya, 2014), el ranking se publica cada 5 minutos con el fin de recordar continuamente a los estudiantes de la meta compartida. La plataforma también puede incluir características para promover la metacognición (Isoda & Katagiri, 2012). Por ejemplo, existe la capacidad de congelar el juego, tal como se puede hacer en el baloncesto, para que el profesor pueda plantear preguntas metacognitivas y que pueden ser contestadas en forma de texto libre. Por ello, el profesor se transforma en un entrenador que está en constante acción proporcionando apoyo cognitivo y emocional. Esta situación facilita enormemente la conexión emocional del docente con sus estudiantes. Por otro lado, el presentador del torneo también tiene un papel crítico en la promoción de la metacognición. Esta función es especialmente intensa en los juegos de ensayo que en varias sesiones de preparación se juegan antes del torneo oficial. Los comentarios del presentador sobre las estrategias desarrolladas por alumnos de diferentes clases, alienta la comparación de estrategias, así como incentiva la reflexión sobre los conceptos y metodologías matemáticas y científicas. Estimula la integración de los conceptos centrales de STEM. Además, cada profesor de cada clase puede jugar el mismo papel metacognitivo durante los juegos de ensayo previos al torneo oficial.



Figura 2: a) Transmisión de un torneo STEM basado en web, con un animador y dos ingenieros a cargo del juego en línea y videostreaming. b) Un curso de cuarto básico en el torneo c) Otro curso de cuarto básico en el mismo torneo. Nótese la proyección en ambas salas del animador del torneo.

Una diferencia importante en los torneos documentados en Araya (2014, 2013, 2011) versus los propuestos por Slavin (2012) es el tamaño de los equipos. Proponemos utilizar a la clase completa como un solo equipo. Esto se hace a propósito con el fin de utilizar y potenciar la identidad natural de pertenencia a una clase. Esta estrategia también facilita la conexión del profesor con los estudiantes. Por un lado, el docente sólo tiene que gestionar un equipo, no varios. Por otra parte, esta estructura facilita la imparcialidad y, por tanto, la confianza irrestricta en el maestro. Si hubiera varios equipos en la misma clase en competencia durante el torneo, entonces fácilmente se puede sospechar de la imparcialidad de la maestra. En nuestra estructura de un equipo por clase no existe este tipo de problemas de fidelidad. Sin embargo, el reto es el tamaño de la clase. Cada grupo es un equipo que es mucho más grande que el equipo de tres o cuatro estudiantes sugerido en la literatura de aprendizaje cooperativo (Slavin, 2012; Johnson et al. 1984). Por lo tanto, es muy importante medir rigurosamente si efectivamente se obtiene un aprendizaje significativo utilizando una estructura de este tipo.

Un efecto muy importante para la motivación de los torneos en el modo de sincronización entre clases completas compitiendo contra otras clases completas es que de esta forma es posible lograr un efecto de eferescencia colectiva, como la bautizó Durkheim (Gamble et al., 2014). Este es un estado emocional que facilita no sólo la colaboración sino fomenta la cohesión, sentido de identidad y de esfuerzo colectivo y sostenido. Estas componentes afectivas son muy importantes para el aprendizaje de conocimientos y prácticas biológicamente secundarias. Estos torneos ha sido seleccionados recientemente por CERI de OCDE, dentro de un conjunto de 73 actividades innovadoras en diferentes países OCDE y no OCDE, y plural entre los 8 publicados en la progress note *Inclusive innovation and education* (2014b).

5. Una clase STEM en cuartos básicos

A continuación se presenta una actividad STEM que contiene una sesión doble en sala y un torneo presencial. El objetivo es introducir algunos conceptos de matemáticas y física, y prácticas científicas y de ingeniería. En 8 cuartos básicos de la Corporación Municipal de Lo Prado, un sector oficialmente considerado de grupo socio económico bajo de Santiago, Chile, se implementó una actividad STEM, tal como se muestra en la figura 3. Comenzó con una medición de conceptos básicos (pre test), luego continuó con dos sesiones prácticas de laboratorio de 40 minutos cada una, posteriormente se realizó un post test, y luego se efectuó un torneo inter escolar que contó con 7 concursos.

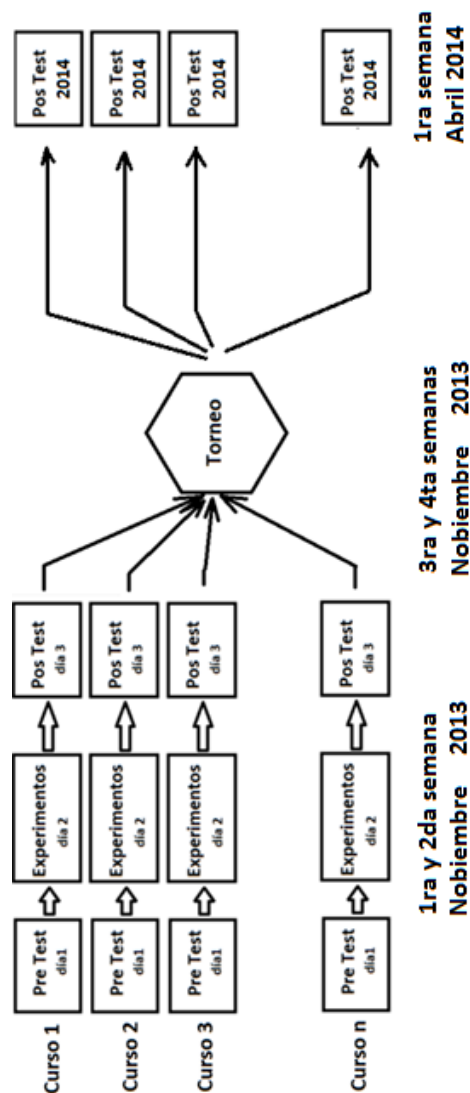


Figura 3: Esquema de la actividad. Cada curso comenzó con un pre test, luego de un taller de experimentación que comprendía dos sesiones de 40 minutos, luego el mismo test como post test, y luego un torneo.

Las sesiones prácticas constaban de 6 actividades. Entre ellas estaba una con una patineta o skate, otras con audífonos, con bolitas y resortes, cohete con agua, que se ilustran en figura 4.



Figura 4: Las actividades de experimentación dentro del taller

Los tiempos de cada actividad y sus actividades fueron medidos y se presentan en las Figuras 5 y 6.

Institución:	Colegio Poeta Vicente Huidobro	
Curso:	4 ^º A	
Hora de Inicio		11:53
Actividad:		Hora de Terminación: 12:56
Actividad 1	Apostar y medir masa con agua versus aire y volumen (10 min)	Tiempo Utilizado (min)
	Alumnos apuestan por ¿quién creen ellos tiene mayor masa?	2 min.
	Seleccionar estudiante	1min.
	Medir la masa de la botella con aire	2 min.
	Medir masa de la botella con la mitad de agua	2 min.
	Medir masa de la botella llena de agua	2 min.
	Seleccionar estudiante	1 min
	Medir volumen con aire	1 min
	Medir volumen con agua	1,45 min.
	Total de tiempo utilizado en la actividad	12,45 min.
Actividad 2	Apostar con skate (salto, salto con mochila, salto más largo) (10 min)	Tiempo Utilizado (min)
	Alumnos apuestan ¿hacia donde se mueve la patineta luego del salto?	2 min.
	Seleccionar estudiante (de los que sepan andar en skate)	2 min.
	Niño salto del skate (salto pequeño)	1 min.
	Niño salto de skate con mochila	1 min.
	Niño salto del skate (salto más largo)	1 min.
	Total de tiempo utilizado en la actividad	7 min.
Actividad 3	Apostar en movil con bolitas cayendo por gravedad (1 bolita, 3 bolitas) (10 min)	Tiempo Utilizado (min)
	Alumnos apuestan que creen que pasara con el movil luego de soltar la bolita	2 min

Figura 5: Plan de clase de las dos primeras actividades y los tiempos correspondientes medidos.

Actividad 3	Apostar en móvil con bolitas cayendo por gravedad (1 bolita, 3 bolitas) (10 min)	Tiempo Utilizado (min)
	Alumnos apuestan que creen que pasara con el móvil luego de soltar la bolita	2 min.
	Medir masa en balanza de una bolita de vidrio y una de acero	2 min.
	Colocar bolita de mano en móvil y soltar, colocar bolita de acero y soltar finalmente comparar los desplazamientos	3 min.
	Colocar 3 bolitas de vidrio en móvil y soltar, colocar 3 bolitas de acero y soltar finalmente comparar los desplazamientos	3 min.
	Total de tiempo utilizado en la actividad	10 min.
Actividad 4	Apostar en móvil con resorte (1 pelota de golf, sin bolita)(10 min)	Tiempo Utilizado (min)
	Alumnos apuestan ¿que creen que pasara con el móvil al soltar resorte sin pelota y con pelota de golf?	2 min.
	Mostrar resorte comprimido sobre el móvil y soltar	1, 45 min.
	Colocar pelota de golf sobre móvil con resorte comprimido y soltar	1, 50 min
	Colocar 2 pelotas de golf en móvil con resorte comprimido	1, 50 min.
	Total de tiempo utilizado en la actividad	6,45 min.
Actividad 5	Apostar cohete con proporción agua 1/2 , 1/3 , 0, 2/3, 1 , 30 Mins	Tiempo Utilizado (min)
	Apostar con cohete sin agua (presión se mantiene en 50 psi)	6, 24 min.
	Apostar con cohete 1/2 de agua (presión se mantiene en 50 psi)	6, 15 min.
	Apostar con cohete 1/3 de agua (presión se mantiene 50 psi)	5, 49 min.
	Apostar con cohete con botella llana de agua (presión se mantiene 50 psi)	6, 15 min.
	Total de tiempo utilizado en la actividad	24, 03 min
Actividad 6	Explicaciones y cierre: 10 mins	Tiempo Utilizado (min)
	Conclusiones	15 min
	Total de tiempo utilizado en la actividad	83, 03 min

Figura 6: Plan de clase de las actividades 3, 4, 5 y 6, y los tiempos medidos

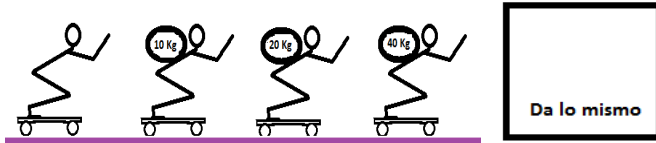
El pre y el post test fueron realizados con el sistema en línea ConectaIdeas de AutoMind. Los estudiantes se conectan a internet y responden preguntas como las siguientes.

Pregunta E4: Pedro está en una tabla skate sobre el suelo y salta para adelante hacia B. Conecta qué pasa con la tabla



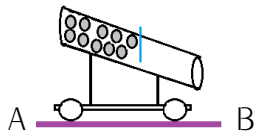
- La tabla no se mueve
- La tabla se mueve hacia A
- La tabla se mueve hacia B
- La tabla se mueve para arriba

Pregunta E6: Pedro salta hacia adelante 1 metro. A veces lo hace con una mochila. Conecta la opción que hace que la tabla se mueva más

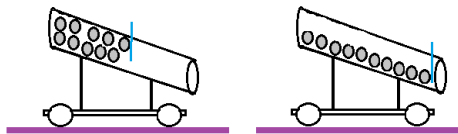


Pregunta E7: En una mesa lisa hay un carro con un tubo plástico inclinado. Adentro hay 10 bolas de acero sujetadas con un tope. Al soltar el tope, conecta la opción correcta

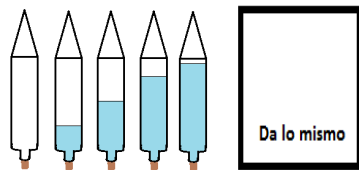
- Las bolas se mueven hacia A
- Las se mueven hacia B
- Las bolas no se mueven
- Las bolas sólo vibran



Pregunta E9: En una mesa lisa hay carros con un tubo plástico inclinado. Adentro hay 10 bolas de acero dentro sujetadas con un tope. Al soltar el tope, conecta cuál de los carros se mueve más



Pregunta E15: Con botellas de plástico desechable de bebida y un cono de cartulina en la punta, Ana hizo varios cohetes idénticos. Los llenó con distintas cantidades de agua. Luego con un bombín le bombeó la misma cantidad de aire por un tubito como el de la figura. Luego midió la presión y comprobó que en todos los casos la presión era la misma. Luego soltó el corcho que estaba sujetado con un tornillo. Conecta la opción que hace elevarse más al cohete.



Posteriormente se realizó el torneo. Es un torneo inter escolar de todas las escuelas de la Corporación. El torneo contiene 7 concursos, sobre los experimentos con bolitas, botellas, resortes y autitos que ayudan a entender “por qué se mueve el cohete y de qué depende de cuánto se mueva”. Los estudiantes podían prepararse revisando la página

web <http://www.automind.cl/recursos-educacionales.html?torneo>, que muestra un video con los experimentos que ellos mismos realizaron. Cada curso compitió en 7 concursos:

1. Concurso conocimientos básicos: responder en computador, tablet o celular las preguntas planteadas en plataforma ConectaIdeas de AutoMind.
2. Concurso fotografía científica: tomar y presentar una fotografía de uno de los experimentos de coherencia y que comunique visualmente alguna parte del fenómeno.
3. Concurso vídeo científico: realizar un video de uno de los experimentos de coherencia con duración máxima de 30 segundos y que explique el fenómeno.
4. Concurso dibujo científico: hacer un dibujo con lápices de colores en hoja tamaño carta sobre los experimentos de coherencia y que explique parte del fenómeno.
5. Concurso reporte científico. Máximo una hoja carta letra 12, con experimento de coherencia con título, autores, curso, resumen 100 palabras, tablas de mediciones, gráfico y conclusiones.
6. Concurso lanzamiento: mayor distancia horizontal al lanzar con presión hasta 40 psi.
7. Concurso argumentación: responder preguntas sobre coherencia explicando los fenómenos de coherencia usando los objetivos de aprendizaje de las bases curriculares.

Los concursos 1 al 5 se realizaron en un espacio de tres semanas. Los concursos 6 y 7 se realizaron en el gimnasio municipal, una vez terminados los concursos 1 al 5. Asistieron simultáneamente los 8 cursos completos, con todos sus estudiantes, con sus profesores jefes de cursos y todos los directores de las escuelas. Además asistieron apoderados y los directivos educacionales de la Corporación Municipal.



Figura 7: Concurso de lanzamiento, grabado a tres cámaras y proyectado en telón de 4x4 metros.

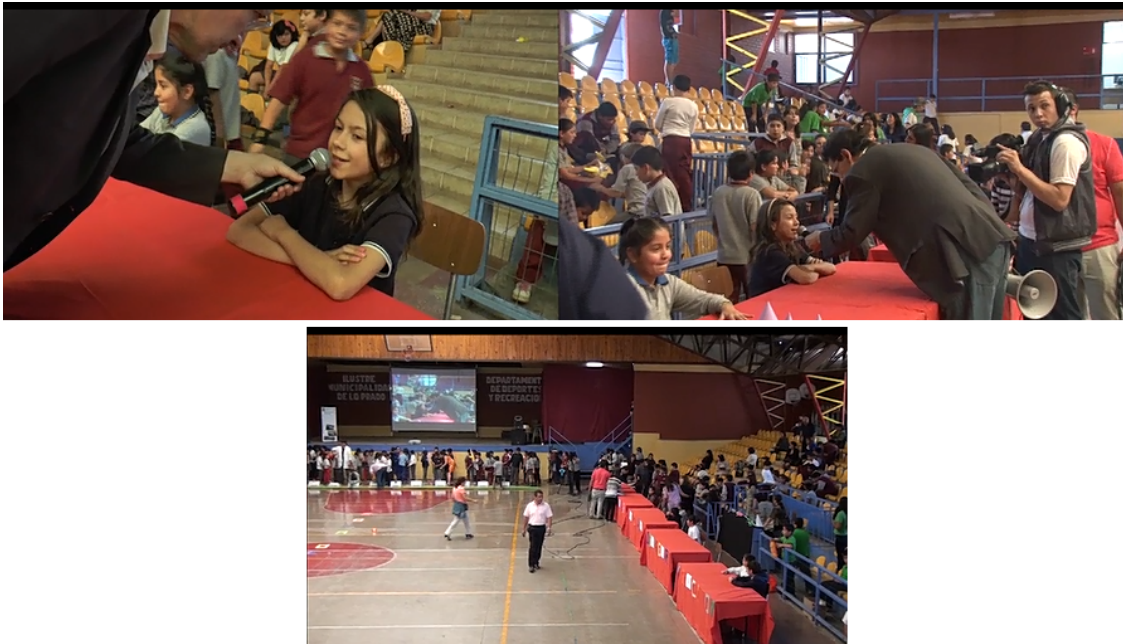


Figura 8: Concurso de argumentación del fenómeno de coherencia realizado mientras se prepara lanzamiento



Figura 9: Preparación para lanzamiento

El video de los concursos 6 y 7 puede verse en la web en la dirección <https://www.youtube.com/watch?v=V6gBISA1Oro&feature=youtu.be&autoplay=1>

La actividad STEM de coherencia se desarrolló durante dos meses en once cuartos básicos de la comuna de Lo Prado. Pudo medirse el aprendizaje en cada curso y en cada estudiante al comparar los resultados individuales en los pre-Test con los Post-Test en línea que realizaron los estudiantes conectados a internet. Las diferencias de dominio de los conceptos básicos de los Objetivos de Aprendizaje de las bases curriculares fueron muy significativas, mostrando un aprendizaje efectivo. Además de los cursos de Lo Prado el pre test y el post test se midió también en otras escuelas de la Región Metropolitana, totalizando 351 estudiantes de cuarto básico.

Por otra parte la actividad concitó gran interés y participación de los estudiantes. Los equipos, formados por cuatro integrantes, lograron ir mejorando en coordinarse y fueron desarrollando las habilidades de trabajo colaborativo además de las de diseño experimental. Una gran cantidad de equipos presentaron dibujos de gran calidad que ilustraban los conceptos científicos centrales de masa, volumen, fuerzas, etc. Por ejemplo, los de la figura 10 muestran la idea de conservación del momentum y la idea del diseño de experimentos.

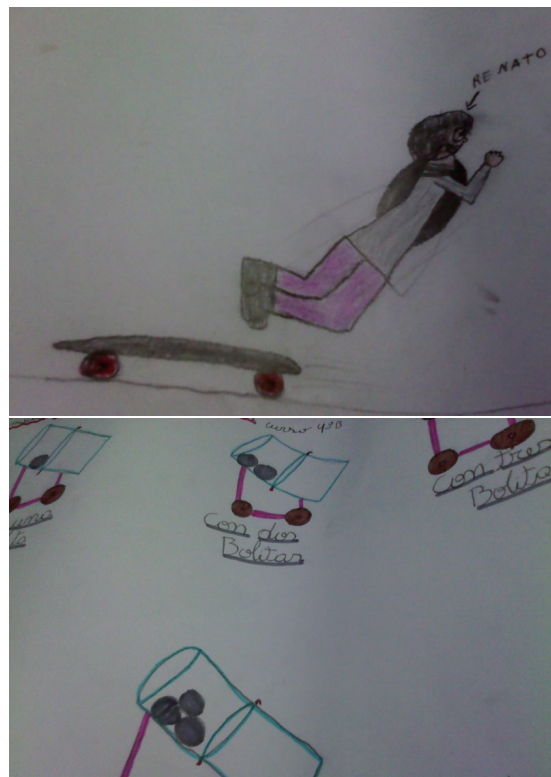


Figura 10: Dibujos presentados por los estudiantes. El de la arriba muestra la conservación del momentum. El de abajo que muestra el diseño experimental variando el número de bolitas.

¿Dónde está el modelamiento? Las fotos y videos realizados por los estudiantes dan testimonio del tipo de trabajo realizado y el aprendizaje logrado. Las explicaciones verbales en cámara que dan de los fenómenos dan luces adicionales de la comprensión alcanzada. Ahí puede apreciarse que los estudiantes comprendieron el uso de modelos para explicar los fenómenos, tal como lo recomiendan las Bases Curriculares (National

Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010), y los estándares de ciencia Next Generation Science Standards (NGSS) de EEUU (NGSS Lead States, 2013). En los videos grabados por los estudiantes se observan sus explicaciones del movimiento del cohete usando el modelo del skate, o el de autos que botan bolitas. Este es un excelente modelo físico que comienzan a utilizar para explicar y predecir. Así adoptan el salto de un estudiante o las bolitas que caen desde el auto, y los utilizan como modelos del agua que sale del cohete. Por otra parte el resorte dentro de la botella que contiene las bolitas es utilizado como un modelo del aire comprimido. Es análogo a una jeringa, algo que provee una fuerza elástica. Esto da prueba que los estudiantes no sólo progresaron en la prueba pos test respecto a la de pre test, sino que también usan modelos. Ellos pueden expresar ese aprendizaje mediante explicaciones más profundas y que utilizan el modelamiento.

El uso de las bolitas y su caída para explicar el movimiento del auto puede verse en la siguiente transcripción de un video de un grupo de estudiantes de la Escuela Gladys Valenzuela. Una primera niña dice:

- *"Nosotros elegimos el experimento del auto y las pelotitas".*

Luego una segunda niña agrega:

- *"nosotros queremos fijarnos si la masa de la bolitas tiene la capacidad de mover al auto hacia adelante".*

Luego un tercer niño dice:

- *"Voy a marcar el auto para ver cuánto se mueve y medirlo".*

Las alumnas colocan bolitas en el móvil y concluyen que:

- *"El auto se mueve unos pequeños centímetros"*

¿Y dónde está el modelamiento matemático? La componente matemática está en varias de las acciones realizadas. Por una parte está en las mediciones. Esto es parte del eje de mediciones del currículo. Luego está el ordenamiento de la información y confección de tablas. Adicionalmente está en la cuantificación de efectos y en la graficación. Por ejemplo, en el dibujo de la figura 13 b se observa el estudio del efecto del número de bolitas sobre el desplazamiento. Se aprecia también en gráficos del desplazamiento logrado por el autito en función del número de bolitas. O en el desplazamiento del skate según la carga. De esta manera los estudiantes pueden describir matemáticamente algunos patrones y relaciones que comienzan a observar. El modelo del cohete contiene entonces no solo autitos, resortes y bolitas, pero también su relación matemática expresada en tablas y gráficos.

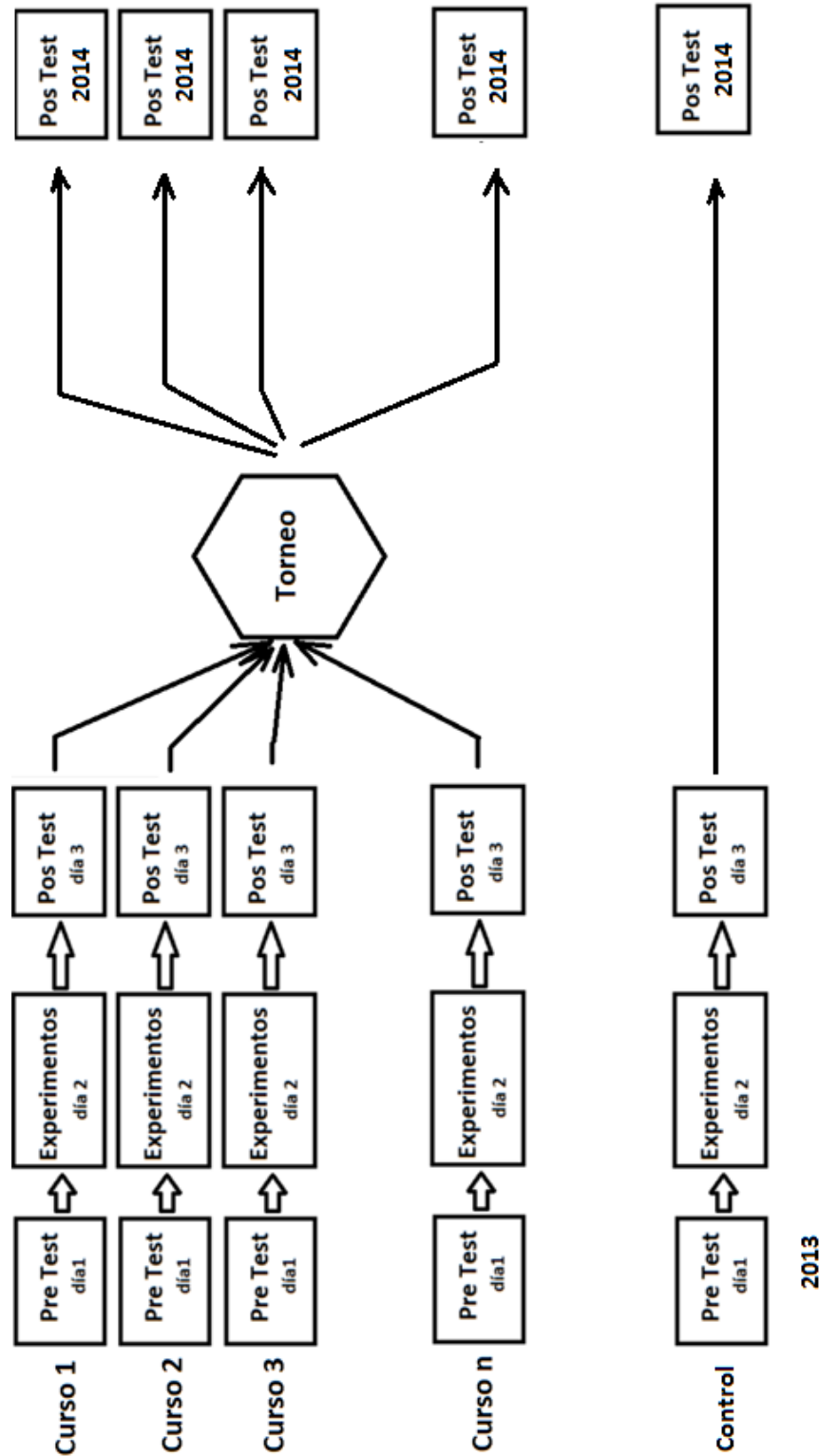


Figura 11: Pre Test , Pos Test y PosTest 2014, y grupo de control que no participó en el torneo.

Considerando los estudiantes que participaron en todas las actividades, desde el Pre Test a principios de noviembre 2013 hasta el pos Test en Abril 2014 luego de los meses de vacaciones de verano, se contabilizó un total de 96 estudiantes (algunos cambiaron de escuela durante el verano Diciembre a Febrero). El mejoramiento entre el pos Test

2014 y el pre test 2013 fue de 0.63 desviaciones estándares. El pre y pos test son exactamente el mismo test. Contiene un total de 15 preguntas. En cambio el grupo de control de 33 estudiantes de otra escuela vulnerable de otra comuna de Santiago con población similar en nivel socio económico y con resultados similares en el test nacional SIMCE de matemáticas, pero que no participó del torneo logró un mejoramiento de 0,29 desviaciones estándares.

6. Modelamiento de incendios forestales

Como parte de un proyecto APEC liderado por la Universidad de Tsukuba de Japón y la Universidad KohnKaen de Tailandia sobre Modelamiento Matemático en la Preparación en Desastres Naturales, en la que participan varias economías de Asia y del Pacífico, se estableció que para 2014 se enfocaría en incendios forestales. En el caso de Chile trabajamos en una escuela de la comuna de la Pintana, una de las más vulnerables de Santiago, en la Escuela Santa Rita clasificada oficialmente como del grupo socio económico bajo. La experiencia se realizó en varios niveles pero aquí reportamos el octavo grado. Una primera actividad fue consultar a los estudiantes por su concepción de qué es un modelo matemático de incendios. Luego se realizó un pre Test en la plataforma ConectaIdeas de AutoMind, posteriormente una sesión con trabajo de modelos físicos y luego matemático computacional en un tablero de cartón, y luego un pos test en la plataforma ConectaIdeas de AutoMind.

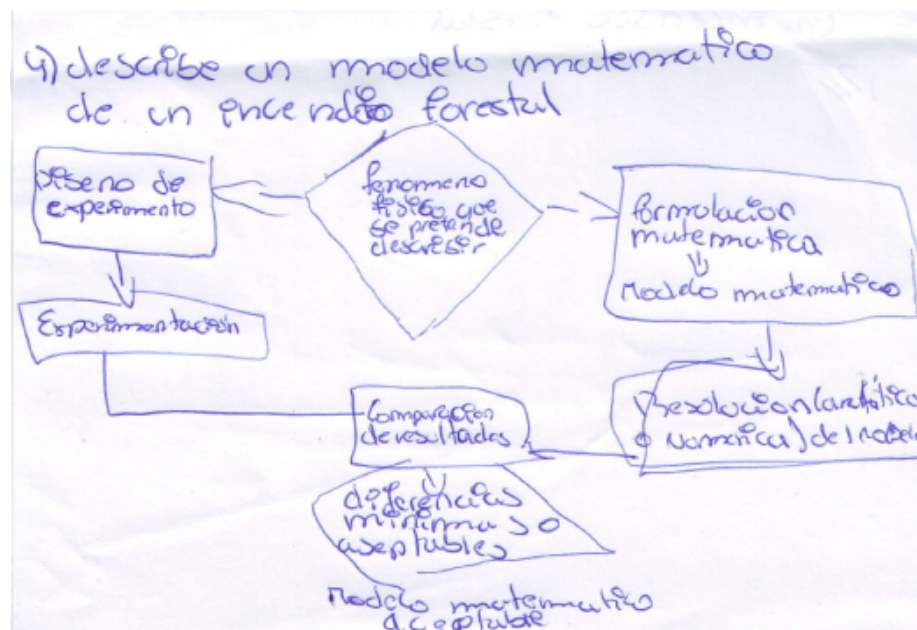
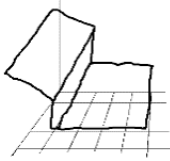


Figura 12: Respuesta en forma de esquema a qué es un modelo matemático de incendio forestal.

Algunas preguntas del pre y pos test son las siguientes:

Pregunta E2: Conecta la tabla de elevaciones que puede corresponder a la figura 3D



10	8	6	8	10
10	8	6	8	10
10	8	6	8	10
10	8	6	8	10

10	8	6	6	6
10	8	6	6	6
10	8	6	6	6
10	8	6	6	6

6	6	6	6	6
6	6	6	6	6
6	6	6	6	6
6	6	6	6	6

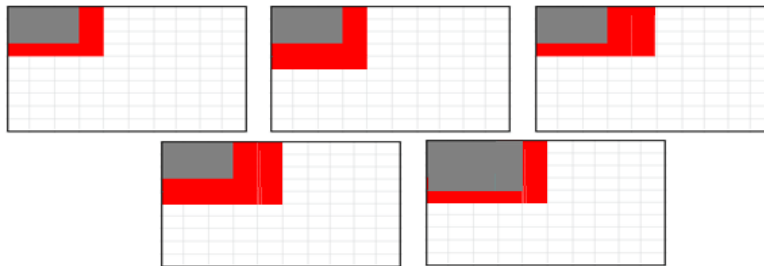
10	8	6	4	2
10	8	6	4	2
10	8	6	4	2
10	8	6	4	2

6	6	6	6	6
4	4	4	4	4
4	4	6	4	4
4	4	4	4	4

Pregunta E6: Un modelo de incendio divide el terreno en zonas o celdas. Las celdas rojas están con incendio, las blancas están vírgenes y las plomas están quemadas. Para un incendio que parte en la celda roja de la figura para $t = 1$ el modelo genera la siguiente secuencia de 3 instantes consecutivos



Conecta la imagen que correspondería al instante siguiente

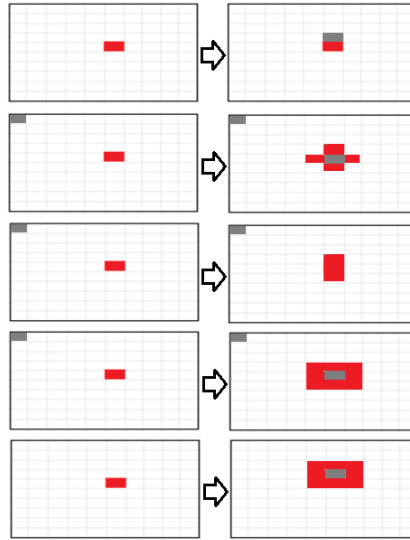


Pregunta E9: Un modelo de incendio divide el terreno en zonas o celdas. Las celdas rojas están con incendio, las blancas están vírgenes y las plomas están quemadas. El modelo contiene la regla

Si la celda es blanca y tiene una celda vecina (que comparte lado o vértice) que está roja, entonces en el próximo instante quedará roja. Si no, seguirá blanca.

Si la celda está ploma o roja entonces en el próximo instante quedará ploma.

Conecta la secuencia que cumple la regla.



Para la clase se construyó un modelo físico de madera con barras de aluminio que ayudara a representar en tableros 2D los potenciales correspondientes a elevaciones y el campo vectorial con los vientos.

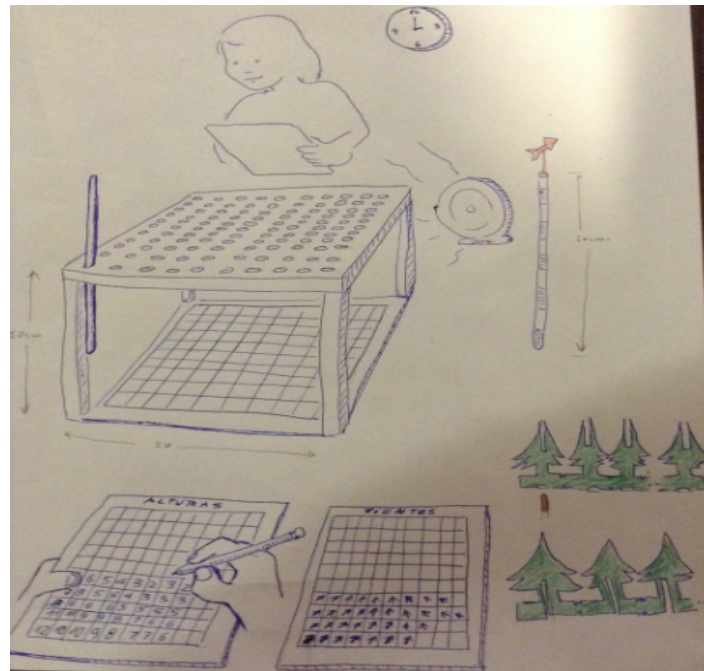


Figura 13: Esquema del modelo físico construido de madera con perforaciones para insertar y fijar barras de aluminio que representan elevaciones de terreno. Debajo se coloca papeles cuadriculados para registrar las elevaciones y los vectores.

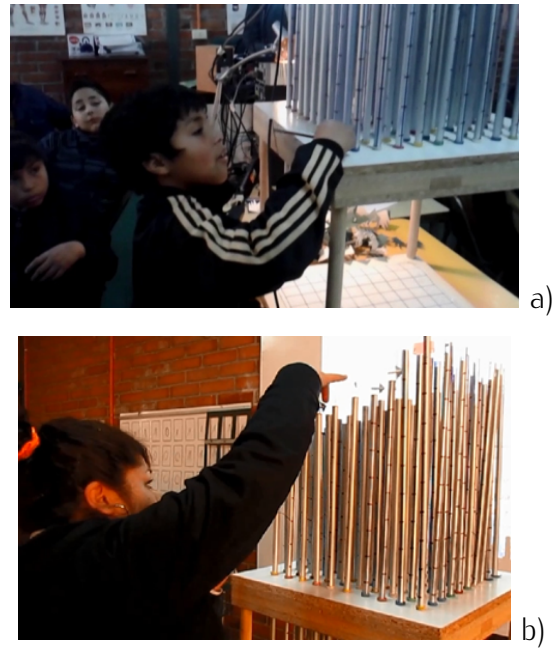


Figura 14: a) Estudiante contando marcas en barra de aluminio para luego registrar elevaciones. b) Estudiante colocando veletas que se girarán por acción del viento una vez se encienda el ventilador.

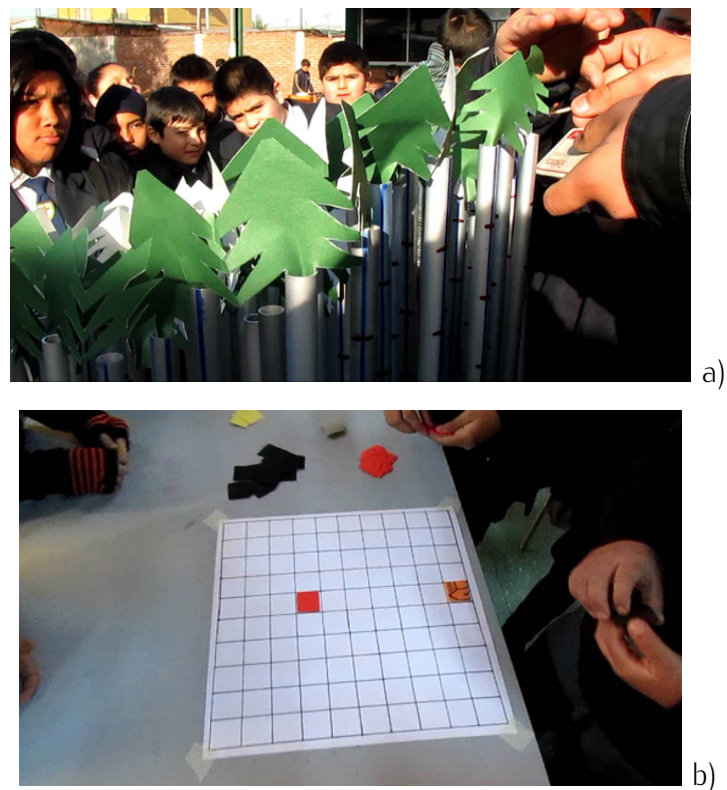


Figura 15: a) Estudiantes en el patio de la escuela observando al docente encender un fósforo y luego observar cómo se propaga el fuego en el modelo físico. b) Estudiantes utilizando modelo de tablero para simular propagación del incendio y ensayar estrategias para controlarlo.

Realizaron el pre y pos test 19 estudiantes de octavo en Septiembre 2014 (edad media de 14 años, 58% hombres). La mejora en las 17 preguntas fue de 0,14 desviaciones estándares. Donde más mejoraron fue en preguntas como la E2 de representar elevaciones y E9 de interpretar reglas de propagación en tableros con mejoras de cerca de 0,9 desviaciones estándares de esas preguntas en el pre test.

Una actividad similar pero más compacta se realizó el 13 de febrero 2015, en el gimnasio del Junior High School asociado a la Universidad de Tsukuba. Fue la clase pública de la reunión anual en Tokyo del proyecto APEC. Asistieron 170 docentes tailandeses y cerca de 30 investigadores en educación matemática provenientes de diferentes países. Además estaban presentes cerca de 10 investigadores y estudiantes de postgrado japoneses de la universidad de Tsukuba. Los docentes tailandeses están en un programa de desarrollo profesional en estudio de clases de la universidad de Khon Kaen de Tailandia. Esa universidad lleva 10 años en un programa de implementación de estudio de clases y ya ha alcanzado a 60 escuelas en el noreste de Tailandia. Los investigadores eran representantes de las economías APEC que participan en el proyecto, pero además estaban presentes otros investigadores en educación matemática de un grupo de estudio ICME dedicado al desarrollo profesional de docentes. Los investigadores extranjeros del proyecto APEC provenían de Tailandia, Singapur, Hong Kong, Filipinas, Papúa Nueva Guinea, Indonesia, Malasia, Perú, México y EEUU; mientras que los investigadores del grupo ICME provenían de Inglaterra, Argentina, Sud África, y Brasil.



Figura 16: Clase en el gimnasio de la Middle High School asociada a la Universidad de Tsukuba.

A partir de la transcripción de los videos de la clase se construyó un recuento de la sesión. La actividad comenzó con la introducción del profesor Sakamoto. El profesor Sakamoto enseña matemáticas en esa escuela. Contó que habían 21 estudiantes en el gimnasio, todos de noveno grado con edad de 15 años, y todos ellos participan en un curso optativo que él enseña y que es de matemática con Origami. Luego comencé dando mi nombre y preguntando a los estudiantes si conocían Chile. Conté que

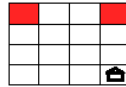
teníamos dos tipos grandes de desastres naturales: los terremotos (algunos con tsunamis) y los incendios forestales. Luego pregunté si sabían de incendios forestales y declaré que en esta clase ellos tenían una misión: diseñar un sistema de drones que ayudaran a combatir los incendios forestales. Escribí “Misión” y “Drones” en la pizarra. Pregunté por ideas de cómo realizar esta misión y que cada uno lo conversara con su compañero de mesa. Luego de algunas interacciones con los estudiantes uno de ellos nombró “patrones”, y otro mencionó “causa-efecto”, palabras que destaqué y anoté en la pizarra. Además otro estudiante mencionó “propagación”. También anoté esa palabra en la pizarra e hice notar que necesitamos estudiar patrones de propagación. Propuse entonces ver un patrón muy simple de propagación: el efecto dominó. Pasó adelante una niña y me ayudó a parar y colocar ordenadamente las tablitas sobre una mesa ubicada arriba del escenario del gimnasio. A continuación le pedí empujar una para así provocar el efecto en cascada de caída de las tablitas. Hice ver que aquí había propagación y se veía claro el mecanismo de causa-efecto. Luego pregunté por similitudes y diferencias entre los patrones de propagación de incendios con los del efecto dominó. Nuevamente solicité que lo discutieran con su compañero de mesa. A continuación hicimos una simulación arriba del escenario del gimnasio. Cada estudiante hacía de pieza de dominó y marcamos el tiempo ayudados por un pito. Al primer estudiante lo agachaba yo, y luego al tocar el pito se propagaba la caída de uno de los vecinos. Volví a preguntar por las similitudes y diferencias. Un estudiante nombró que los incendios se propagan en ambas direcciones. Anoté en la pizarra la palabra “direcciones”. Entonces en el escenario simulamos una propagación en ambas direcciones. Pregunté por más diferencias. Apareció otro estudiante respondiendo que se propaga en todas las direcciones y no solo a lo largo de una línea. Entonces lo simulamos arriba del escenario con $4 \times 3 = 12$ estudiantes. Pregunté por estrategias para apagar incendios y un estudiante propuso agua. Lo anoté en la pizarra.





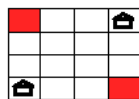
Figura 17: Estudiantes simulando la dinámica de propagación del incendio en el bosque.

Examinamos lugares posibles dónde echar el agua. De ahí y con un poco de insistencia mía salió la importancia del borde, que es donde el incendio va avanzando. Recalqué

que es un punto especial, pues es el lugar en donde está el fuego. Saqué los gorros rojos y los propuse para marcar el estudiante (árbol o hectárea) incendiándose. Volvimos a simular y destacué que cada estudiante tenía tres estados posibles: parado, con gorro (incendiándose), o agachado (quemado). Simulamos dos incendios, cada uno comenzando de extremos, pero uno opuesto al otro. Pregunté por otra forma de controlar incendios, y un estudiante propuso limpiar un área y yo le agregué el quemar después de limpiar. Escribí la “quema controlada” en el pizarrón. Luego dibujé un tablero de 4x4 casilleros y propuse el primer problema. Había dos focos de incendio y una casa que salvar.



Los hice pensar en dónde colocar un papelito celeste  que representa un dron (avión) para vaciar un estanque de agua en el casillero escogido, y un papelito amarillo  que representa un dron (vehículo de movimiento de tierra) que cortaba, limpiaba y realizaba una quema controlada en el casillero correspondiente seleccionado. Sorprendentemente, el estudiante que saqué a la pizarra insistía en colocar agua en un lugar que no estaba quemándose. Luego de unas interacciones en que le solicitaba explicar su decisión comprendí que yo asumía que no había retardo en enviar el dron y además suponía que un dron con agua aseguraba apagar el incendio en ese casillero. Anoté esos dos supuestos en la pizarra: “no retardo” y “eficiencia completa”. Insistí en que este era un modelo muy simple, uno de juguete. Al explicitar esas suposiciones el estudiante inmediatamente reaccionó, ubicó el dron del agua en un casillero con incendio, y luego completó la secuencia resolviendo así el problema. A continuación puse otro problema.



En este segundo problema, tal como en el anterior, había dos focos de incendio, pero ahora había dos casas que salvar. Fui paseándome por la sala revisando el avance. Pude confirmar que en general todos avanzaban dibujando secuencias de tableros en sus cuadernos e iban marcando sus decisiones. Detecté un solo caso de una pareja que estaba desconcentrada y no estaba avanzando. Luego de preguntarles qué proponían ellos, uno de los dos me hizo ver que no sabía si la propagación del incendio era también diagonal. Entonces pregunté quién lo podía explicar, y otro estudiante le aclaró que nuestro modelo de propagación sí se propaga también en forma diagonal. Hice pasar un estudiante a la pizarra a mostrarnos su solución.



Figura 18: Estudiante resolviendo problema de control del incendio para salvar dos casas.

En forma completamente autónoma fue consecutivamente dibujando los tableros, colocando los papelititos (drones) celeste y amarillo, propagando el incendio y la acción de los drones, hasta resolver el problema y salvar las dos casas. En el proceso unas estudiantes anunciaron que tenían otra solución. Hice ver que entonces no necesariamente la solución era única. Luego pregunté por las limitaciones que ellos veían en este modelo juguete: un estudiante mencionó el “viento”, y otro mencionó la “densidad” de árboles. Anoté esas palabras en la pizarra. Luego comenté el caso de la propagación del fuego en diferentes inclinaciones en un palo de fósforo. Entonces una estudiante destacó que una variable importante en incendios es la “pendiente” en el terreno y la anoté en la pizarra. Luego pregunté por lo que habíamos realizado hoy, dónde estaba la matemática, y si creían que ellos podían completar el modelamiento para tener un sistema útil. Nuevamente solicité que cada uno lo analizara con su compañero de mesa. Luego de algunas respuestas cerré la sesión, invitándolos a pensar cómo extender el modelo a uno real, para poder ir avanzando y en unos años lograr un sistema que cumpla nuestra misión.

Posteriormente todos los estudiantes entregaron reportes escritos con su apreciación de la clase. Algunos comentarios fueron

Muchas gracias por una clase tan interesante. A través de su clase he reflexionado qué es la matemática, cómo la uso, que está escondida alrededor de nosotros. De ahora en adelante, me gustaría estudiar no solo la matemática sino también aprender a usarla en el futuro. Muchas gracias.

- Yamamoto,

En primer lugar, cuando escuché sobre el tópico de los incendios, estuve sorprendida con la relación con las matemáticas. Pero, después de pensar qué tipo de regularidad hay para apagar el fuego y que tipo de patrón es, creo que es aplicable el pensamiento matemático de “probabilidad” o “casos de análisis”. Creo que es muy bueno lidiar con estos tópicos, cómo hacer las matemáticas más interesantes, y hace más fácil expresar las opiniones.

- Koinuma

7. Conclusiones

STEM es un gran desafío. Es algo nuevo que todavía no sabemos bien cómo enseñar. Por una parte nos obliga a conectar las ciencias y la matemática, y enseñarlas integradas. Por otra parte incluye prácticas científicas e ingenieriles. Sin embargo, esto también es una gran oportunidad motivacional. Producir soluciones puede conectar inmediatamente con los estudiantes.

Otro aspecto crucial en STEM es desarrollar el trabajo en equipo. Aquí la componente ingenieril es un lugar natural para desarrollar esta habilidad. En el mundo real son equipos de ingenieros los que diseñan y producen productos. Además participan psicólogos y expertos comerciales. No es algo que haga gente aislada. La cooperación se incentiva aún más en torneos. Es una estrategia que muchas universidades e incubadoras de empresas tecnológicas están cada vez más utilizando. Los torneos de emprendimiento incentivan la cooperación e innovación de equipos de estudiantes y de jóvenes profesionales.

En el video de los concursos de lanzamiento (concurso 6) y de argumentación (concurso 7) realizado en el gimnasio municipal de Lo Prado se aprecia una gran motivación y el trabajo de coordinación y cooperación intracurso. Ese video está disponible en la página web <http://www.automind.cl/recursos-educacionales.html?torneo>. Similarmente las clases de modelamiento de incendios forestales generaron gran atracción de los estudiantes, tanto de Chile como de Japón. Los comentarios escritos de los estudiantes japoneses ilustran un gran interés y el potencial de STEM de hacer las clases más significativas.

STEM ofrece enormes oportunidades. Sin embargo como es algo nuevo se requiere planificar clases en las que no hay experiencia previa. Además es un trabajo multidisciplinario. Requiere la colaboración de varios docentes. Es aquí donde el método japonés de Estudio de Clases hace una gran diferencia. El método facilita la transferencia horizontal, y acelera el desarrollo y puesto a punto de las clases. El hecho de observar y registrar sistemáticamente las clases de otros y participar en ajustes y retroalimentación con pares, ayuda a clasificar las estrategias y a encontrar las mejores y adoptarlas. Esta metodología de aprendizaje social es clave para el desarrollo de clases STEM.

Agradecimientos: a Gonzalo Navarrete, Alcalde de la comuna de Lo Prado, y Maximiliano Ríos, Director de la Corporación Lo Prado; a Jorge Morkoff sostenedor de la Escuela Santa Rita de Casia de la comuna de La Pintana; a Masami Isoda, profesor de la Universidad de Tsukuba; a Basal Funds for the Centers of Excellence Project FB 0003 from the Associative Research Program of CONICYT.

Referencias y bibliografía

- Araya, R. (2012). Introducing Mathematical Modeling skills in the curriculum. In *Mathematical Modeling course in Mathematics curriculum: some best practices in APEC economies*. http://publications.apec.org/publication-detail.php?pub_id=1362.
- Araya, R., Jimenez, A., Bahamondez, M., Dartnell, P., Soto-Andrade, J., & Calfucura, P. (2014). Teaching modeling skills using a massively multiplayer on line Mathematics game. *World Wide Web Journal*, Springer Verlag, March, 17(2), 213–227.
- Araya, R., Bahamondez, M., Contador, G., Dartnell, P. & Aylwin, M. (2013). Enseñanza de la selección natural con juego masivo por Internet. *Congreso de Pedagogía 2013*, Cuba.
- Araya, R., F. Plana, P. Dartnell, J.Soto-Andrade, G. Luci, E. Salinas, & M. Araya. (2012). Estimation of teacher practices based on text transcripts of teacher speech using a support vector machine algorithm. *British Journal of Educational Technology*.
- Araya, R., Jimenez, A., Bahamondez, M., Dartnell, P., Soto-Andrade, J., González, P., & Calfucura, P. (2011). Strategies used by students on a massively multiplayer online Mathematics game. *Lecture Notes in Computer Sciences*, 7048. Advances in Web-based Learning – ICWL.
- CERI (2014a). *Innovation, governance and reform in education*. CERI Conference Background Paper. http://www.oecd.org/edu/ceri/CERI%20Conference%20Background%20Paper_formatted.pdf
- CERI (2014b). *Inclusive innovation and education*. CERI Progress note.
- Executive Office of The President (2010). *Prepare and inspire: K-12 science, technology, engineering, and math (STEM) education for America's future*. Washington, DC: Author.
- Frey, C., & Osborne, M. (2013). *The future of employment: how susceptible are jobs to computerization?* University of Oxford. http://www.oxfordmartin.ox.ac.uk/downloads/academic/The_Future_of_Employment.pdf
- Gamble, C., Gowlett, J., & Dunbar, R. (2014). *Thinking big: how the evolution of social life shaped the human mind*. London: Thames & Hudson Ltd.
- Geary, D. (2007). Educating the evolved mind: conceptual foundations for an evolutionary educational psychology. *Psychological Perspectives on Contemporary Educational Issues*, edited by J. S. Carlson & J. R. Levin. Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Honey, M., Pearson, G., & Schweingruber, H. (Eds.) (2014). *STEM integration in K-12 education: status, prospects, and an agenda for research*. National Academy of Engineering and National Research Council. Washington, DC: The National Academy Press.
- Isoda, M., & Katagiri, S. (2012). *Mathematical thinking. How to develop in the classroom*. London: World Scientific.
- Johnson, D., Johnson, R, & Johnson, E. (1984) *.Circles of learning cooperation in the classroom*. Edina, MN: Interaction Book Company.
- Kane. T.J. (2014). *Do value-added estimates identify causal effects of teachers and schools?* The Brown Center Chalkboard, Brookings Institution, October 30, 2014.
- Mevarech, Z. & Kramarski, B. (2014). *Critical Maths for innovative societies: the role of meta-cognitive pedagogies*. OECD Publications. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264223561-en>
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards*. Washington, DC: Authors.

- National Research Council. (2012). *A framework for K-12 science education: practices, crosscutting Kconcepts, and core ideas*. The National Academy Press.
- NGSS Lead States. (2013). *Next Generation Science Standards: for states, by states*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Slavin, R. (2012). Co-operative learning: What makes Groupwork work? in (Ed) Dummont, Instance, Benavides. *The Nature of Learning: Using Research to Inspire Practice*. CERL.
- Tomasello, M. (2014). *A Natural History of Human Thinking*. Harvard University Press.